

# Messunsicherheit Irrtümer und Erklärungen

White Paper

## Schon immer begleitet den Messtechniker die Wahrheit:

„Wer misst, misst Mist.“

### Nun wird ergänzt:

- Messunsicherheit ist nicht die Sorge, beim Messen unsicher zu sein.
- Die Messunsicherheit liefert Sicherheit bezüglich des Messergebnisses.
- Die Messunsicherheit gehört zur Messung wie der Hammer zum Zimmermann.

War noch vor einigen Jahren die Messunsicherheit nur ein Thema für Kalibrierlabors und Spezialisten vorbehaltene Sektionen technischer Datenblätter, so kommt heutzutage kein Messtechniker an ihr vorbei.

Der GUM (Evaluation of measurement data – Guide to the expression of uncertainty in measurement) mit seinen Schriften

JCGM 100:2008

JCGM 101:2008

JCGM 104:2009

JCGM 200:2012

hat sich als Standard etabliert und ist zur Standardlektüre des Messtechnikers avanciert.

Bei seiner Anwendung und Interpretation ergeben sich leider auch viele Möglichkeiten für Irrtümer. Einige sind hier gelistet und kommentiert.

### Irrtum:

„Ich gebe mein Messergebnis stets mit Zahlenwert und physikalischer Einheit an, womit es dann komplett ist.“

Die Angabe der Messunsicherheit fehlt noch. Streng genommen gehört zu jedem Messwert die Angabe einer Messunsicherheit.

Der GUM JCGM 100:2008 liefert in seinem Absatz „Reporting uncertainty“ mögliche Arten der Darstellung.

Beispielhaft wird für den Messwert  $I = 38,24$  A die Messunsicherheit zusätzlich angegeben.

Die Standardmessunsicherheit beträgt  $0,10$  A, die erweiterte Messunsicherheit beträgt  $0,20$  A bei einer Überdeckungswahrscheinlichkeit von 95%. Der Index  $k=2$  bezieht sich auf den Erweiterungsfaktor  $k$ , der bei Normalverteilung zu eben diesen 95% führt.

So erfolgt die korrekte Angabe mit erweiterter Messunsicherheit:

$$I = 38,24 \text{ A}, U_{0,95} = 0,20 \text{ A}$$

$$I = 38,24 \text{ A} \pm 0,20 \text{ A}, \delta_s = 0,95$$

$$I = 38,24 \text{ A}, U_{k=2} = 0,20 \text{ A}$$

$I = (38,24 \pm 0,20) \text{ A}$ , wobei hinter  $\pm$  die erweiterte Messunsicherheit zum Überdeckungsintervall 95% angegeben ist.

So erfolgt die Angabe der Standardmessunsicherheit:

$$I = 38,24 \text{ A}, u_c = 0,10 \text{ A}$$

$$I = 38,24 \text{ A},$$

mit Standardmessunsicherheit  $u_c = 0,10$  A

$I = (38,24 \pm 0,10) \text{ A}$ , wobei hinter  $\pm$  die Standardmessunsicherheit angegeben ist

Für eine gute Lesbarkeit sollte die Messunsicherheit in derselben Einheit dargestellt werden wie der Messwert selbst.

**Irrtum:**

**„Mein Messergebnis ist exakt. Ich benutze einen inkrementalen Geber, der verzählt sich nicht.“**

Zunächst: Keine Messung ist exakt. Außerdem: Auch wenn der inkrementale Geber nie falsch zählt, dann gibt es die Ungenauigkeit des Starts und Endes der Messung, die beide nur auf einen Strich genau sein können. An den Enden liegen jeweils gleichverteilte Ablesefehler von der Spanne einer Strichbreite vor. Diese mögen zwar bei großer Strichanzahl auch mal vernachlässigbar sein, aber sie sind nicht null.

**Irrtum:**

**„Ich habe keine Zeit, die Messunsicherheit zu ermitteln. Es ist zu teuer und den Aufwand nicht wert.“**

Es kann nicht geleugnet werden, dass die Bestimmung der Messunsicherheit einen Aufwand und (teures) Expertenwissen erfordert. Das trifft auf das Ausfüllen eines Messunsicherheitsbudgets zu wie auch in geringerem Maß, wenn man imc FAMOS die Fortpflanzung der Messunsicherheit durchrechnen lässt.

Der Aufwand ist in Relation zu setzen mit dem Schaden, der dadurch entsteht, dass die Messunsicherheit viel größer als erwartet ist und deshalb das Messergebnis doch zu stark vom wahren Wert abweicht. Damit kann eine Toleranz überschritten werden, Datenblattangaben nicht eingehalten werden etc.

**Irrtum:**

**„Die erweiterte Messunsicherheit ist das Doppelte der Standardmessunsicherheit.“**

Es gibt Bedingungen, unter denen das gilt. Aber allgemein nicht. Die Begriffe Standardmessunsicherheit und erweiterte Messunsicherheit sind ganz unterschiedlich definiert:

**Standardmessunsicherheit**

Unsicherheit des Messergebnisses, Bewertung der Abweichungen, ausgedrückt als Standardabweichung. Ihr ist keine Wahrscheinlichkeit zugeordnet.

**Erweiterte Messunsicherheit**

Ein Intervall um das Messergebnis herum, in dem ein großer Anteil der Verteilung der Werte liegt. Die erweiterte Messunsicherheit ist ein Überdeckungsintervall. Zu einer Angabe der erweiterten Messunsicherheit gehört stets die Angabe einer Überdeckungswahrscheinlichkeit, z.B. 95% oder 99%.

Definition nach GUM (JCGM 200:2012): Produkt der Standardmessunsicherheit mit einem Faktor größer eins.

Nur bei bekannter zugrunde liegender Verteilung kann zwischen beiden ein Zusammenhang hergestellt werden.

Erweiterte Messunsicherheit = k · Standardmessunsicherheit

Mit k Erweiterungsfaktor

Bei Normalverteilung gilt

Erweiterungsfaktor k	Wahrscheinlichkeit
1	68,3 %
1,96 = ca. 2	95 %
2.6	99 %
3	99,7%

Bei Gleichverteilung und Gesamtbreite 2α ist  $\sigma = \alpha\sqrt{3}$ , also

Erweiterungsfaktor k	Wahrscheinlichkeit
1	57,7 %
1,73	100 %

Hat z.B. die Überdeckungswahrscheinlichkeit den Wert 95%, so kann der obigen Definition folgend gesagt werden: Zu 95% liegt der wahre Wert im Überdeckungsintervall. Dazu aber siehe folgender Absatz zur Deutung.

## **Deutung**

### **Überdeckungswahrscheinlichkeit - Überdeckungsintervall**

Angenommen, die Überdeckungswahrscheinlichkeit beträgt 95%.

Die direkte Anwendung des GUM führt zur Aussage:

„Der wahre Wert ist zu 95% im Überdeckungsintervall eingeschlossen.“ oder „Der wahre Wert liegt zu 95% darin“.

Doch Vorsicht bei der Deutung!

Die präzise und ausführliche Aussage ist:

„In 95% aller Vorgänge bzw. Berechnungen, in denen ein Überdeckungsintervall bestimmt wird, liegt der wahre Wert im Überdeckungsintervall.“

Führt man also z.B. 100mal in imc FAMOS die komplette Berechnung der erweiterten Messunsicherheit durch, liegt in ungefähr 95 Fällen der wahre Wert im ermittelten Überdeckungsintervall. Die 95% sagen aus, wie zuverlässig die Schätzmethode (d.h. im Beispiel die Berechnung in imc FAMOS) ist.

Nicht korrekte Aussage:

„Für das eben mit imc FAMOS berechnete und nun vorliegende Überdeckungsintervall liegt der wahre Wert mit einer Wahrscheinlichkeit von 95% darin.“

Die Frage, ob das aktuelle Überdeckungsintervall den wahren Wert enthält, ist nämlich nicht mit Wahrscheinlichkeitsrechnung zu bestimmen, sondern nur mit ja oder nein zu beantworten.

Man kann zum Vergleich das Würfeln bringen. Mit der Wahrscheinlichkeit von 1/6 würfelt man eine 1: Wenn man 60mal würfelt, erhält man etwa 10 mal die 1. Wenn man aber nun gerade eben gewürfelt hat, so steht der Ausgang des Zufallsexperimentes fest: Es sei eine 3. Da kann man nur noch feststellen, dass die 3 nicht die 1 ist, also nein für „keine Übereinstimmung“, und zwar 100%ig.

Mit dem Wissen um die Deutung darf dann gesagt werden:

„Der wahre Wert liegt zu 95% im Intervall“.

## **Irrtum:**

### **„Die Messunsicherheit beträgt 1K. Damit habe ich auf 1K genau gemessen.“**

Ohne Zusatzangabe nehmen wir an, dass die Standardmessunsicherheit gemeint ist. Die Standardmessunsicherheit ist die Standardabweichung  $\sigma$  des Messwertes, wenn der Messwert als Zufallsvariable aufgefasst wird. Ein Konfidenzintervall  $[-\sigma, \sigma]$  umfasst bei zugrunde gelegter Normalverteilung den wahren Messwert nur in ca. 68% aller Zufallsexperimente. Im Beispiel ist  $\sigma = 1K$ . In einem Intervall  $[-1K, 1K]$  um den gemessenen Wert herum liegt also nur in ca. 2/3 aller Messungen der wahre Wert. Also in 1/3 aller Messungen außerhalb.

Die Standardmessunsicherheit stellt sich in diesem Zusammenhang vor allem als eine Qualitätskennzahl dar.

Wenn man daran interessiert ist, in welchem Bereich sich die Messwerte so gut wie immer liegen, ist ein Vielfaches zu benutzen.

Das oben genannte Intervall vergrößert sich auf  $[-k \cdot \sigma, k \cdot \sigma]$ . Zur Definition des Erweiterungsfaktors  $k$  siehe oben. In Kalibrierlabors wird häufig mit 95%er Sicherheit gearbeitet. Möchte man schon fast ganz sicher sein, wird  $k=3$  gewählt. Das führt dann auf ein

Intervall  $[-3K, 3K]$ . Gefühlt hat man also auf  $\pm 3K$  genau gemessen.

Diese Vielfache ist übrigens die erweiterte Messunsicherheit, siehe oben.

Es soll hier nicht verschwiegen werden, dass in vielen Fällen kleine Zahlenwerte bevorzugt werden, damit Abweichungen klein erscheinen. Da ist die Standardmessunsicherheit sehr willkommen. Um ein gutes Gefühl für die wirklich möglichen Abweichungen zu erhalten, ist ein Faktor 2 bis 3 eben noch anzuwenden. Achtung, diese Faktoren gelten exakt nur bei vorliegender Normalverteilung. Wer aber kein Zusatzwissen hat, unterstellt Normalverteilung.

#### **Irrtum:**

**„Ich habe 10mal gemessen, bilde darüber den Mittelwert und das Ergebnis ist nun 10mal so gut bzw. genau.“**

Das Messergebnis hat eine Standardabweichung, die schon als ein Maß für die Genauigkeit angesehen werden kann. Die Standardabweichung ist aber nicht die Genauigkeit. Wenn nun mehrere Messwerte gemittelt werden, so sinkt die Standardabweichung mit  $\sqrt{N}$ :

$$\bar{u} = u/\sqrt{N}$$

Mit

$u$  Standardabweichung  
der einzelnen Messung

$\bar{u}$  Standardabweichung  
der gemittelten Messung

$N$  Anzahl der Wiederholungen

Erst wenn über 100 Messwerte gemittelt wird, verkleinert sich die Standardabweichung um den Faktor 10. Man kann dann davon sprechen, dass das Ergebnis 10mal so gut oder genau ist.

#### **Irrtum:**

**Die Messunsicherheit beträgt 1,2345V.**

Die Messunsicherheit kann mit (auch mal großem) Aufwand experimentell bestimmt und abgesichert werden. Sonst wird sie aus Datenblättern der an der Messung beteiligten Komponenten ermittelt, indem ein Messunsicherheitsbudget ausgefüllt und durchgerechnet wird. Auch eigene Überlegungen und Abschätzungen fließen mit ein. Auf gleiche Weise sind aber auch wieder die Angaben in den verwendeten Datenblättern entstanden. Das mathematische Gerüst zur Ermittlung der Messunsicherheit nach GUM ist exakt, die Rechenvorschrift eindeutig. Aber die einfließenden Zahlenwerte sind leider häufig ungenau.

I.a. kann einer Messunsicherheit keine hohe Genauigkeit zugeschrieben werden. Eine Angabe mit 1 oder 2 Ziffern ist i.a. realistisch erreichbar. Alles andere ist die Ausnahme. Die Messunsicherheit sollte deshalb auch nach präziser Berechnung nur mit so vielen Stellen angegeben werden wie sinnvoll sind. Eine vermeintlich hohe Präzision scheint nur unglaubwürdig.

**Beispiel:** Ein Sensor und ein Verstärker haben jeweils eine Messunsicherheit von  $u_1, u_2 = 1V$ . Die kombinierte Messunsicherheit  $u$  ergibt sich zu

$$u = \sqrt{u_1^2 + u_2^2}$$

Also  $u = 1.414V$ . Auf ganz viele Stellen hinter dem Komma exakt berechnet. Man darf aber davon ausgehen, dass z.B.  $u_1 = 1V$  bestimmt selbst nicht auf 3 Stellen hinter dem Komma exakt ist. Also auch nicht das Rechenergebnis. Eine Angabe von

$$u = 1.4V$$

ist sicher angemessen.

### **Irrtum:**

#### **Messfehler gibt es nicht mehr, nur noch die Messunsicherheit.**

Für den deutschen Sprachraum gilt:

Der Begriff Messfehler wird noch für falsche Handhabung oder mit Mängeln behaftete Messgeräte benutzt. Alle anderen Abweichungen, die bei einer Messung auftreten, heißen nicht mehr Fehler, sondern nur noch Messabweichungen. Diese Messabweichungen werden mit der Messunsicherheit beschrieben, die Messunsicherheit dabei ist die Standardabweichung der Messabweichungen.

Es gibt aber immer noch Digitalisierungsfehler, Linearisierungsfehler, Verarbeitungsfehler.

Und es gibt Fehlergrenzen laut Herstellerangaben. Fehlergrenzen sind Höchstwerte und stellen garantierte Eigenschaften dar. Sie haben nichts zu tun mit der Messunsicherheit, die normalerweise viel kleiner sein sollte als eine Fehlergrenze.

Es gibt auch immer noch die Gauß'sche Fehlerfortpflanzung, die aber heutzutage nicht mehr die Fortpflanzung der Fehler oder Messfehler beschreibt, sondern die Fortpflanzung der Messunsicherheiten. Das Uncertainty Framework des GUM basiert übrigens genau auf dieser Gauß'schen Fehlerfortpflanzung.

Der GUM 2008 definiert noch einen „error of measurement“ als die Differenz zwischen aktuellem Messwert und wahren Wert und bezieht dabei auf eine Definition aus dem Jahr 1993.

Der wahre Wert ist i.a. nicht bekannt. Der GUM 2012 definiert den „error of measurement“ als die Differenz zwischen aktuellem Messwert und einem Referenzwert.

### **Irrtum:**

#### **„Mein Messaufbau samt Auswertung ist so komplex, dass ich keine Messunsicherheit ermitteln kann.“**

Je komplexer der Messaufbau, umso wichtiger wird die Bestimmung der Messunsicherheit. Der GUM gibt zahlreiche Hinweise und Beispiele, wie das Messunsicherheitsbudget zu bestimmen ist.

Es ist erlaubt, mehrere Testmessungen durchzuführen. Aus den streuenden Messergebnissen kann durch Bestimmung der Standardabweichung ein guter Anhaltspunkt gefunden werden.

Man kann sich das Rauschen auf einem Signal anschauen. Wenn das Rauschen nicht wirklich ein Schwanken des wahren Wertes ist, sondern andere Ursachen hat, dann ist das auch schon mal ein Beitrag zur Messunsicherheit. Die Standardabweichung des Rauschbandes gibt einen guten Anhaltspunkt.

Mitunter muss geschätzt werden, z.B. aus Erfahrung.

Wenn aus den Rohmesswerten durch Rechnung ein Endergebnis zu erzielen ist, dann kann die Fortpflanzung der Messunsicherheit durch die Rechnung mit imc FAMOS bestimmt werden.

### **Irrtum:**

#### **„imc FAMOS ist bei der Bestimmung der Messunsicherheit zu ungenau.“**

imc FAMOS ermittelt die Messunsicherheit mittels Monte-Carlo-Methode. Die erzielte Genauigkeit hängt von der Anzahl der Monte-Carlo-Versuche ab und kann mit höherer Anzahl gesteigert werden. Dennoch schafft man es praktisch nicht, die Messunsicherheit mit 7 gültigen Ziffern zu bestimmen. Aber s.o. ist das auch nie erforderlich.

Bei vielen einfachen Fällen der Berechnung wie z.B. einer Multiplikation zweier Messgrö-

ßen, kann mit Hilfe des GUM Uncertainty Frameworks sehr einfach eine präzise Lösung gefunden werden. Die Lösung ist wirklich präzise, was mit der Monte-Carlo-Technik nicht erreichbar ist. Aber wie betont, auch nicht benötigt.

Es gibt aber viele Auswertungen, z.B. mit nichtlinearer Verarbeitung, bei denen die Formeln des GUM bei der Taylor-Entwicklung nur Näherungen darstellen. Trotz großen mathematischen Aufwands mit Linearisierung etc. erhält man nur eine Schätzung, die bei stärkerer Nichtlinearität richtig falsch werden kann. An dieser Stelle ist die Monte-Carlo-methode sogar (deutlich) genauer.

An dieser Stelle, an der es um Genauigkeit geht, braucht nicht erwähnt zu werden, bei wie vielen Algorithmen eine Berechnung streng nach GUM Uncertainty Framework praktisch nicht mehr durchführbar ist, etwa FFT oder digitale Filterung.

**Irrtum:**

**„Mein Auswertalgorithmus ist robust, was ich anhand meiner (einen) Messung bewiesen habe.“**

Es gibt nur wenige Auswertalgorithmen, deren Korrektheit anhand einer einzigen Messung bewiesen werden kann. Besser ist es, den Algorithmus anhand von vielen Messungen zu prüfen. Wenn nun nicht viele Messungen vorhanden sind, kann mit Hilfe von angenommenen Messunsicherheiten der Eingangsdaten in imc FAMOS die Robustheit des Algorithmus überprüft werden, indem eine Messunsicherheitsberechnung durchgeführt wird. Verbessert werden kann das Verfahren, indem mit den vorhandenen Snapshot Funktionen die Zwischen- und Endergebnisse überprüft werden.

**Irrtum:**

**„Im Datenblatt einer Komponente steht ‚Abweichungen typisch 1mV‘. Das ist dann die Standardabweichung“**

In technischen Datenblättern sind häufig folgende Angaben zu finden, deren Beziehung zur Messunsicherheit erklärt wird:

Angabe im technischen Datenblatt	Deutung
Abweichungen typisch	<p>Die genaue Bedeutung ist nicht definiert. Man kann nicht einmal davon sprechen, dass ein Hersteller das für sich wirklich klar definiert hat. Selbst wenn, ist die Definition i.a. auch nicht dem Anwender bekannt.</p> <p>Die Vermutung liegt nahe, dass die Abweichungen, die natürlich i.a. nicht genau diesen typischen Wert aufweisen, in einem Bereich streuen, wobei ein großer Prozentsatz der Komponenten oder Messungen abgedeckt ist. Ob dieser Prozent eher bei 60%, 90% oder gar höher liegt, bleibt unklar. Somit kann auch nicht gesagt werden, ob diese Datenblattangabe der Messunsicherheit oder sogar einem Vielfachen (etwa oder 2- oder 3fachen) der Messunsicherheit entspricht.</p>

Abweichung maximal	Das ist eine Fehlergrenze. Fehlergrenzen sind Höchstwerte und stellen garantierte Eigenschaften dar. Sie haben nichts zu tun mit der Messunsicherheit, die normalerweise viel kleiner sein sollte als eine Fehlergrenze.
Verstärkungsunsicherheit typisch	Hier wird offensichtlich das Wort Unsicherheit für Abweichung benutzt. Siehe Abweichungen typisch. Nur eben angewendet auf den Verstärkungsfaktor.

Unsicherheit der Vergleichsstelle maximal	Hier wird offensichtlich das Wort Unsicherheit für Abweichung benutzt. Siehe Messabweichungen maximal. Nur angewendet auf die Vergleichsstelle. Die Messunsicherheit ist ein fester Wert, sie kann weder typisch noch maximal sein.
Messunsicherheit < $\pm 1K$	Die Messunsicherheit ist definiert als stets positiver fester Wert. Hier kann nur Messunsicherheit = 1K gemeint sein

## Weitere Informationen erhalten Sie unter:

### imc Test & Measurement GmbH

Voltastr. 5  
D-13355 Berlin

Telefon: +49 (0)30-46 7090-0  
Fax: +49 (0)30-46 31 576  
E-Mail: [hotline@imc-tm.de](mailto:hotline@imc-tm.de)  
Internet: <http://www.imc-tm.de>

Die imc Test & Measurement GmbH ist Hersteller und Lösungsanbieter von produktiven Mess- und Prüfsystemen für Forschung, Entwicklung, Service und Fertigung. Darüber hinaus konzipiert und produziert imc schlüsselfertige Elektromotorenprüfstände. Passgenaue Sensor- und Telemetriesysteme ergänzen unser Produktportfolio.

Unsere Anwender kommen aus den Bereichen Fahrzeugtechnik, Maschinenbau, Bahn, Luftfahrt und Energie. Sie nutzen die imc-Messgeräte, Softwarelösungen und Prüfstände, um Prototypen zu validieren, Produkte zu optimieren, Prozesse zu überwachen und Erkenntnisse aus Messdaten zu gewinnen. Rund um die imc Geräte steht dafür ein umfassendes Dienstleistungsspektrum zur Verfü-

gung, das von der Beratung bis zur kompletten Prüfstandsautomatisierung reicht. Auf diese Weise verfolgen wir konsequent das imc Leistungsversprechen „produktiv messen“.

National wie international unterstützen wir unsere Kunden und Anwender mit einem starken Kompetenz- und Vertriebsnetzwerk.

Wenn Sie mehr über die imc Produkte und Dienstleistungen in Ihrem Land erfahren wollen oder selbst Distributor werden möchten, finden Sie auf unserer Webseite alle Informationen zum imc Partnernetzwerk:

<http://www.imc-tm.de/partner/>



#### Nutzungshinweis:

Dieses Dokument ist urheberrechtlich geschützt. Alle Rechte sind vorbehalten. Dieser Bericht darf ohne Genehmigung weder bearbeitet, abgewandelt noch in anderer Weise verändert werden. Ausdrücklich gestattet ist das Veröffentlichung und Vervielfältigen des Dokuments. Bei Veröffentlichung bitten wir darum, dass der Name des Autors, des Unternehmens und eine Verlinkung zur Homepage [www.imc-tm.de](http://www.imc-tm.de) genannt werden. Trotz inhaltlicher sorgfältiger Ausarbeitung, kann dieser Bericht Fehler enthalten. Sollten Ihnen unzutreffende Informationen auffallen, bitten wir um einen entsprechenden Hinweis an: [marketing@imc-tm.de](mailto:marketing@imc-tm.de). Eine Haftung für die Richtigkeit der Informationen wird grundsätzlich ausgeschlossen.